

VIOLAÇÕES DE PRESSUPOSTOS NO CAPM: PROBLEMA?

VIOLATIONS OF ASSUMPTIONS IN CAPM: PROBLEM?

¹Maurício Mesquita Bortoluzzo
mauriciomesquita@hotmail.com
Universidade Presbiteriana Mackenzie

RESUMO

O presente estudo tem a finalidade de estudar se há violações de pressupostos do modelo econométrico de regressão usualmente empregado no ambiente profissional e acadêmico para estimação dos betas de ativos e de carteiras de ativos de risco no Brasil. Avaliam-se os potenciais problemas práticos destas violações. Utilizando o modelo de regressão de séries temporais para 12 carteiras diversificadas com ativos da BM&FBOVESPA no período compreendido entre 2001 e 2013, verifica-se violações das suposições de normalidade dos erros, homocedasticidade e ausência de autocorrelação. A presença de autocorrelação leva a alterações de até 10,6 pontos percentuais no p-valor dos coeficientes, o que poderia levar um pesquisador a encontrar significância estatística em um intercepto do modelo quando na verdade ele é estatisticamente igual a zero. Outras violações geram mudanças marginais nas significâncias não apresentando potencial problema prático para os usuários do modelo.

Palavras chave: CAPM. Beta. Séries temporais. Autocorrelação. Modelo econométrico.

ABSTRACT

The present study has the purpose of analyze if there are violations of the assumptions of the econometric regression model usually employed to estimate betas of assets and risky asset portfolios in Brazilian professional and academic environment. The potential practical problems of these violations are assessed. Using the time series regression model for 12 diversified portfolios with BM&FBOVESPA assets in the period between 2001 and 2013, violations of normality assumptions of errors, homoscedasticity and absence of autocorrelation are verified. The presence of autocorrelation leads to changes of up to 10.6 percentage points in the p-value of the coefficients, which could lead a researcher to find statistical significance in an intercept of the model when in fact it is statistically equal to zero. Other violations lead to marginal changes in significance without presenting a potential practical problem for model users.

Key words: CAPM. Beta. Time Series. Autocorrelation. Econometric model.

Artigo recebido em: 07/06/2016; Aceito em: 03/04/2017.

¹Maurício Mesquita Bortoluzzo – UPM

Rua da Consolação, n. 930

CEP: 01302-907 Consolação/São Paulo/ Brasil

1. INTRODUÇÃO

O *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) consiste em um dos modelos de precificação de ativos de risco mais utilizados na academia e no mercado financeiro para determinar o custo de capital próprio de empresas. As metodologias para cálculo do beta de Fama e Macbeth (1973) e Fama e French (1993), utilizam o modelo econométrico de regressão linear de séries temporais em pelo menos uma das etapas da estimação. De acordo com Greene (2007), violações das hipóteses do modelo de regressão linear podem afetar a distribuição dos estimadores, tornam os erros padrões viesados e invalidam os testes estatísticos, caso não forem feitas as devidas correções. Apesar da importância desta etapa na estimação do modelo, poucos trabalhos no Brasil analisam se as suposições do modelo econométrico de regressão em séries temporais são ou não violadas.

Dada a importância do uso do CAPM no Brasil, este trabalho utiliza carteiras diversificadas para testar se as suposições do modelo de regressão linear para séries temporais são violadas. Para isto, testa-se o modelo usualmente utilizado para o cálculo do alfa e beta de 12 carteiras bem diversificadas. O período de tempo analisado vai de dezembro de 2001 a dezembro de 2013 e foram utilizados o IBRX e a poupança como o retorno de mercado e o retorno livre de risco, conforme proposto por Silva *et al.* (2009). Utiliza-se o método de seleção proposto por Bortoluzzo *et al.* (2016) para mitigar o problema da falta de diversificação nas carteiras. Para cada carteira modelada faz-se testes sobre os resíduos da regressão para se verificar se as hipóteses de normalidade, de homocedasticidade e de ausência de correlação serial são sustentadas e, quando necessário, implementa-se estatísticas ou métodos alternativos de estimação para correção dos problemas.

Constatam-se violações nas suposições de normalidade dos erros, de homocedasticidade e de ausência de autocorrelação. Apesar das violações, há evidências para acreditar que se pode confiar na maioria das estimações para aplicações práticas, já que os ajustes propostos na literatura não afetaram a estimativa dos coeficientes, nem o critério de rejeição para nenhuma das estimativas. Uma ressalva é feita para a presença de autocorrelação nos resíduos, que levaram a alterações de até 10,6 pontos percentuais no p-valor dos coeficientes, o que poderia levar um pesquisador a encontrar significância em um intercepto do modelo CAPM (rejeitando o modelo) quando na verdade o intercepto é estatisticamente igual a zero.

2. REVISÃO DA LITERATURA

O CAPM, desenvolvido por Sharpe (1964) e Lintner (1965), consiste em um modelo de precificação de ativos de risco. O modelo relaciona o retorno esperado sobre os ativos de risco com o retorno livre de risco, o coeficiente beta e o retorno da carteira de mercado. A equação 1 explicita a equação do modelo, em que $E(r_i)$ é o retorno esperado da carteira i , r_f o retorno livre de risco, β_i o coeficiente beta da carteira i , e $E(r_m)$ o retorno médio da carteira de mercado.

$$E(r_i) - r_f = \beta_i(E(r_m) - r_f) \quad (1)$$

O coeficiente beta deriva da covariância entre o retorno da ação e o índice de mercado. Desta forma, o beta representa a sensibilidade da carteira ao risco sistemático. O CAPM assume que todos os investidores realizam o planejamento para um período de manutenção idêntico. Além disso, todos os investidores buscam racionalmente a otimização entre o risco e o retorno, todos têm expectativas homogêneas sobre a visão econômica do mundo e analisam os títulos do mesmo modo.

Uma questão, que emerge ao analisar trabalhos acadêmicos que utilizam o CAPM, é se a literatura nacional tem dado a devida atenção aos pressupostos que garantem a validade do modelo econométrico de regressão de série temporal. Diversos trabalhos analisaram o modelo de CAPM para o mercado brasileiro e Araújo, Oliveira e Silva (2012) fizeram um levantamento de artigos acadêmicos entre 1997 e 2008 que foram apresentados nos Encontros da Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Administração (EnANPAD) e em periódicos nacionais. Os autores apontam que no Brasil há uma quantidade significativa de pesquisas superficiais e que carecem de validar as suposições do modelo de regressão. Artigos publicados em periódicos de boa qualificação CAPES (Argolo, Leal & Almeida, 2012; Rogers & Securato, 2009; Costa jr. & Neves, 2000) também não explicitam os resultados de testes de validação das suposições do modelo de regressão de séries temporais.

Há evidências na literatura de que a distribuição dos retornos das ações não segue distribuição normal. Costa e Baidya (2001); Torres, Bonomo e Fernandes (2002); Castro Jr e Silveira (2009); Lovisollo e Leal (2013) indicaram que não havia normalidade na distribuição dos retornos das ações. Portanto, modelos que utilizam a suposição de normalidade dos retornos como base devem ser tratados com cautela, pois sem a validade desta suposição, os testes de

hipóteses utilizados para análise da significância dos fatores não possuem distribuição exata, o que invalida os resultados obtidos. Ademais, a presença de heterocedasticidade e de correlação serial prejudicam os erros padrões, que se tornam viesados, e com isso os testes estatísticos não são válidos.

Tendo em vista os possíveis problemas causados pelas violações das suposições do modelo econométrico à inferência e aos testes de hipóteses, este trabalho faz uma análise destas suposições com a intenção de verificar se suas violações causam problemas práticos para usuários do modelo.

3. METODOLOGIA

Para testar a validade das suposições do modelo de série temporal do CAPM, utilizou-se carteiras diversificadas, tendo as ações sido selecionadas de forma similar à metodologia de Fama e French (1993). Foram coletados os retornos de todas as ações de empresas não financeiras listadas na BM&FBOVESPA entre dezembro de 2001 e dezembro de 2013, resultando em 144 observações. Os dados foram coletados da base da Economática. Foram desconsideradas as ações de empresas do setor financeiro devido ao problema com o cálculo do book-to-market (B/M). Foram excluídas ações que não haviam sido negociadas em nenhum pregão no período de análise e foi escolhida somente a ação mais líquida de cada empresa.

A formação das carteiras foi feita em dezembro de cada ano e, para a seleção das ações em cada carteira, foram excluídas as ações que não apresentam cotações mensais consecutivas para o período de 12 meses posteriores ao de formação das carteiras, para que seja possível o cálculo do retorno das ações; não apresentam cotações mensais consecutivas para o período de 12 meses anteriores ao de formação das carteiras, para que seja possível a classificação entre vencedoras e perdedoras; não apresentaram valor de mercado em 31 de dezembro de cada ano e as ações de empresas que não possuem Patrimônio Líquido positivo em 31 de dezembro de cada ano.

Conforme verificado por Bortoluzzo *et al.* (2016), a metodologia proposta por Fama e French (1993) resulta em carteiras com apenas um ativo em alguns anos ou com apenas poucos ativos em quase todos os anos da amostra, de forma que utilizou-se o método de seleção

proposto pelos autores para mitigar o problema da falta de diversificação. As carteiras formadas de acordo com a metodologia proposta apresentam-se na Quadro 1.

Para cada uma delas foram feitas regressões de séries temporais do modelo CAPM para o período total da amostra. Adotamos o IBRX e a poupança como proxies para o retorno de mercado e o retorno livre de risco respectivamente, conforme proposto por Silva *et al.* (2009).

Quadro 1 – Descrição das carteiras

Carteira	Descrição
LSLos	Empresas de baixo índice B/M, pequenas e perdedoras
LSWin	Empresas de baixo índice B/M, pequenas e vencedoras
LBWin	Empresas de baixo índice B/M, grandes e vencedoras
LBLos	Empresas de baixo índice B/M, grandes e perdedoras
MSLos	Empresas de médio índice B/M, pequenas e perdedoras
MSWin	Empresas de médio índice B/M, pequenas e vencedoras
MBLos	Empresas de médio índice B/M, grandes e perdedoras
MBWin	Empresas de médio índice B/M, grandes e vencedoras
HSLos	Empresas de alto índice B/M, pequenas e perdedoras
HSWin	Empresas de alto índice B/M, pequenas e vencedoras
HBLos	Empresas de alto índice B/M, grandes e perdedoras
HBWin	Empresas de alto índice B/M, grandes e vencedoras

Fonte: o autor.

Para cada carteira modelada faz-se testes sobre os resíduos da regressão para verificar se as hipóteses de normalidade, homocedasticidade e ausência de correlação serial são sustentadas. Para testar as hipóteses foram realizados os testes Jarque-Bera para verificar a normalidade dos resíduos. Para verificar a hipótese de homocedasticidade é feito o teste de

White e para verificar a presença de correlação serial, faz-se o teste LM de Breusch-Godfrey. Quando necessário, implementa-se estatísticas ou métodos alternativos de estimação para correção dos problemas, conforme descrito na seção de resultados.

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Em linha com a literatura brasileira, nenhuma das carteiras apresenta distribuição normal de acordo com o resultado do teste Jarque-Bera de normalidade, com exceção da carteira MBWin. Ao analisar os resíduos das regressões de séries temporais na Tabela 1, verifica-se que para todas as carteiras, o teste de Jarque-Bera sobre os resíduos rejeitou a hipótese nula de normalidade dos retornos a um nível de significância de 5%. De acordo com Greene (2011), embora a violação da suposição de normalidade dos erros não afete a estimativa do coeficiente, a utilização da estatística t convencional não é mais válida, sendo necessário que os testes de significância sobre os coeficientes do modelo CAPM sejam feitos utilizando alguma estatística que não necessite da suposição de normalidade. Desta forma utiliza-se a estatística de Wald para inferência, um teste assintótico, que necessita somente no teorema do limite central, ou seja, que a amostra seja suficientemente grande.

Tabela 1 – Resultados do teste de normalidade.

Carteira	Assimetria	Excesso Curtose	de Jarque-Bera	p-valor
LSLos	0,608408	4,439517	21,31710	0,000023
LSWin	0,364695	4.009.201	9.302.982	0,009547
LBWin	0,808070	4,833346	35,83841	0,000000
LBLos	0,334940	4,008329	8,792801	0,012322
MSLos	1,148716	8,843710	236,5628	0,000000
MSWin	0,761363	8,199355	176,1119	0,000000
MBLos	0,820748	6,305937	81,74238	0,000000
MBWin	0,013671	3,654726	2,576479	0,275756

HSLos	1,082797	5,666257	70,79232	0,000000
HSWin	1,771345	10,38857	402,8496	0,000000
HBLos	0,016472	4,507758	13,64653	0,001088
HBWin	-0,57032	5,041939	32,82332	0,000000

Fonte: o autor.

A Tabela 2 apresenta os resultados das regressões de séries temporais do CAPM para cada uma das 12 carteiras. Nela observa-se que, apesar da não normalidade dos resíduos, não foi alterada a significância de nenhum dos coeficientes quando utilizamos a estatística de Wald (válida), em detrimento da estatística t de Student (inválida). Ou seja, mesmo que a correção não fosse feita, as conclusões sobre a significância dos coeficientes seria a mesma – pelo menos na nossa amostra de 144 observações.

Para verificar se a suposição de homocedasticidade dos erros do modelo de regressão foram violados, procede-se com o teste de homocedasticidade de White. A estatística LM é calculada pela multiplicação do tamanho da amostra (N) pelo R-quadrado da regressão do teste, com o teste utilizando as duas primeiras defasagens do resíduo. Sob a hipótese nula os erros são homocedásticos. Observa-se pela Tabela 3 que a hipótese nula foi rejeitada somente para a carteira HBLos, havendo evidências de heterocedasticidade nos erros. Desta forma, há a necessidade de se realizar a correção de White para erros homocedásticos somente para a regressão desta carteira. Após a correção de White, há mudanças nas estatísticas t, com o p-valor da constante saindo de 0,0057 para 0,0052 e sem mudança no p-valor do beta, ou seja, mesmo após a correção de White, não se alteraram as significâncias dos coeficientes, nem as estimativas dos coeficientes da regressão de série temporal do modelo CAPM.

Tabela 2. Resultados das regressões de séries temporais.

carteira	A	p-valor	p-valor(A) b	p-valor	p-valor(A) R2
LSLos	0,0166	0,0246	0,0231	0,8362	0,0000 0,0000 27,9%
LSWin	0,0225	0,0000	0,0000	0,6320	0,0000 0,0000 38,3%
LBLos	0,0143	0,0006	0,0004	0,8082	0,0000 0,0000 53,4%

LBWin	0,0098	0,0090	0,0081	0,7242	0,0000	0,0000	52,8%
MSLos	0,0098	0,0441	0,0408	0,7870	0,0000	0,0000	43,9%
MSWin	0,0079	0,1301	0,1279	0,6676	0,0000	0,0000	32,6%
MBLos	0,0009	0,7886	0,7882	0,8695	0,0000	0,0000	64,4%
MBWin	0,0028	0,469	0,4676	0,9231	0,0000	0,0000	62,5%
HSLos	-0,0035	0,628	0,6267	0,7619	0,0000	0,0000	24,8%
HSWin	0,0032	0,671	0,6702	0,5433	0,0000	0,0000	13,2%
HBLos	-0,0135	0,0068	0,0057	0,8874	0,0000	0,0000	49,2%
HBWin	-0,0121	0,0042	0,0034	0,7087	0,0000	0,0000	46,2%

Fonte: o autor.

Nota: Os valores-p são apresentados após os respectivos coeficientes, seguido dos p-valores ajustados pela não normalidade (teste de Wald). Na última linha de cada regressão encontra-se o R2. Em negrito estão os coeficientes que apresentaram significância estatísticas a 1%.

Para verificar a ausência de autocorrelação foi realizado o teste LM de Breusch-Godfrey (teste BG) utilizando-se as duas primeiras defasagens dos resíduos. Mediante a não normalidade, a estatística do teste segue uma distribuição Chi-quadrado com dois graus de liberdade, cujo p-valor encontra-se na última coluna da Tabela 4. Destacam-se os valores em que a hipótese nula de ausência de correlação serial foi rejeitada a 10% de significância. Observa-se que para 3 das 12 carteiras (25% da amostra) houve violação da hipótese de ausência de correlação serial.

Tabela 3. Resultados dos testes de homocedasticidade de White.

Carteira	LM	p-valor
LSLos	0,00283	0,9576
LSWin	0,05089	0,8215
LBLos	1,19838	0,2736
LBWin	0,01630	0,8984
MSLos	1,73955	0,1872
MSWin	0,00840	0,9270

MBLos	2,59657	0,1071	
MBWin	0,63347	0,4261	
HSLos	0,00003	0,9959	
HSWin	0,01167	0,9140	
HBLos	4,30937	0,0379	
HBWin	0,773077	0,3793	Fonte: o autor.

Nota: Em negrito estão as carteiras onde a hipótese nula de homocedasticidade foi rejeitada a um nível de significância de 5%.

Tabela 4 – Teste LM de Breusch-Godfrey de ausência de correlação serial

Carteira	a	p-valor	b	p-valor	e_{t-1}	p-valor	e_{t-2}	p-valor	Prob. χ^2
LSLos	0,0003	0,9685	-0,0305	0,79	0,09248	0,2804	0,121838	0,1487	0,1636
LSWin	0,0002	0,9574	-0,0285	0,6744	0,19984	0,0214	-0,015	0,8594	0,0661
LBLos	0,0000	0,9949	-0,0034	0,9565	0,11451	0,1721	0,012714	0,8791	0,3759
LBWin	0,0000	0,9902	-0,006	0,9155	0,03415	0,681	0,112153	0,1788	0,3662
MSLos	0,0001	0,9892	-0,0077	0,9172	0,05455	0,5139	0,072295	0,3873	0,5392
MSWin	0,0000	0,9992	0,00238	0,9759	0,20689	0,0143	0,039224	0,6404	0,032
MBLos	0,0000	0,9895	-0,0036	0,9469	0,15002	0,0737	-0,07494	0,3692	0,1665
MBWin	0,0000	0,9999	-0,0008	0,9892	0,08718	0,2961	0,071202	0,3932	0,3694
HSLos	0,0002	0,9744	-0,0273	0,8049	0,11745	0,1638	0,08572	0,3037	0,1877
HSWin	-0,0002	0,9814	0,01655	0,8847	-0,1824	0,0303	0,083692	0,316	0,036
HBLos	0,0001	0,9862	-0,009	0,9051	0,0968	0,249	0,011941	0,8872	0,4997
HBWin	0,0000	0,9987	-0,0005	0,9935	0,01557	0,8524	-0,00385	0,9632	0,9819

Fonte: o autor.

Nota: Em negrito estão as carteiras onde a hipótese nula de ausência de correlação serial foi rejeitada a um nível de significância de 10%.

Para as carteiras LSWin, MSWin e HSWin, que obtiveram rejeição à hipótese nula de ausência de correlação serial nos testes BG, procedeu-se à correção de Newey-West. Como pode ser observado na Tabela 5, apesar de não haver mudança nas estimativas dos coeficientes, há impactos referentes a inferência estatística. As mudanças nos erros-padrão e nas estatísticas t resultaram em alterações no p-valor dos coeficientes. Embora para as 3 carteiras esta mudança não tenha representado nenhuma alteração no critério de rejeição aos níveis de significância habituais, não podemos ignorar uma alteração da ordem de 10 pontos percentuais como a encontrada entre o p-valor e o p-valor ajustado do intercepto da regressão da carteira MSWin. Neste caso específico o p-valor foi de 13,0% para 23,6% e ilustra o potencial problema em não se realizar testes de correlação serial sobre os resíduos de regressões de séries temporais.

Tabela 5. Resultados das regressões de séries temporais antes e após correção de Newey-West.

	Carteira		
	LSWin	MSWin	HSWin
a	0,02247	0,00789	0,00320
Erro-padrão	0,00436	0,00519	0,00752
Erro-padrão(A)	0,00507	0,00663	0,00699
t	5,14893	1,52239	0,42587
t(A)	4,43084	1,19095	0,45829
p-valor	0,00000	0,13010	0,67080
p-valor(A)	0,00000	0,23570	0,64740
b	0,63200	0,66761	0,54331
Erro-padrão	0,06738	0,07418	0,11612
Erro-padrão(A)	0,07626	0,08008	0,11180
t	9,38018	10,60884	4,67895
t(A)	8,28790	8,33686	4,85990

p-valor	0,00000	0,00000	0,00001
p-valor(A)	0,00000	0,00000	0,00001
R ²	38,3%	32,6%	13,2%

Fonte: o autor.

Nota: Os valores dos coeficientes *a* e *b* são iguais independente da correção aplicada. (A) se refere ao valor ajustado pela presença de autocorrelação (correção de Newey-West).

5. CONCLUSÃO

Para 12 carteiras bem diversificadas foram feitas regressões de séries temporais utilizando-se o modelo CAPM. Sobre os resíduos das regressões procedeu-se diversos testes de validação das suposições do modelo de regressão linear. Constatou-se que os resíduos de 11 das 12 regressões não apresentam distribuição normal, apenas uma regressão apresentou resíduos heterocedásticos e 3 regressões apresentaram resíduos autocorrelacionados, violando suposições do modelo de regressão linear.

Apesar da grande incidência de resíduos não normais, após utilizar a estatística correta para a inferência, verificou-se que as mudanças nos p-valores foram marginais, não resultando em nenhuma mudança na decisão de rejeição para os coeficientes estimados. A correção de White para a única regressão que apresentou resíduos heterocedásticos também não apresentou nenhuma mudança significativa no p-valor. Já para as 3 regressões (25% das regressões analisadas) em que foi detectada autocorrelação as mudanças no p-valor foram mais significativas, levando a alterações de até 10,6 pontos percentuais no p-valor dos coeficientes, o que em termos práticos poderia levar um pesquisador a encontrar significância estatística em um intercepto do modelo CAPM (rejeitando o modelo) quando na verdade o intercepto é estatisticamente igual a zero.

De um modo geral, embora tenhamos detectados algumas violações de suposições do modelo de série temporal do CAPM, há evidências para acreditar que na maioria das aplicações práticas as regressões sem quaisquer ajustes podem ser levadas em conta, já que os ajustes propostos na literatura não afetaram nem a estimativa dos coeficientes, nem o critério de rejeição para nenhuma das 12 carteiras ajustadas de nossa amostra. No entanto devemos alertar

que a análise dos resíduos deve ser levada em conta para estudos com maior rigor acadêmico já que a inferência fica comprometida sob as violações das hipóteses do modelo analisadas neste artigo.

REFERENCIAS

ARAÚJO, Elisson Alberto Tavares; DO CARMO OLIVEIRA, Victor; SILVA, Wendel Alex Castro. CAPM em estudos brasileiros: uma análise da pesquisa. **Revista de Contabilidade e Organizações**, v. 6, n. 15, p. 95-122, 2012.

ARGOLO, E. F. B.; LEAL, Ricardo PC; ALMEIDA, Vinício S. O modelo de Fama e French é aplicável no Brasil. **Relatórios Coppead**, p. 0-27, 2012.

BORTOLUZZO, Adriana B.; VENEZUELA, Maria K.; BORTOLUZZO, Maurício M.; NAKAMURA, Wilson T. Influência da crise financeira de 2008 na previsibilidade dos modelos de apreçamento de ativos de risco no Brasil. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 27, n. 72, p. 408-420, 2016.

CASTRO JUNIOR, Francisco Henrique Figueiredo de; SILVEIRA, Héber Pessoa da. Modeling the distributions of the Ibovespa and S&P500 rates of return. **RAM. Revista de Administração Mackenzie**, v. 10, n. 1, p. 114-133, 2009.

DA COSTA JR, Newton CA; NEVES, Myrian B. Variáveis fundamentalistas e os retornos das ações. **Revista Brasileira de Economia**, v. 54, n. 1, p. 123-137, 2000.

COSTA, Paulo Henrique Soto; BAIDYA, Tara Keshar Nanda. Propriedades estatísticas das séries de retornos das principais ações brasileiras. **Pesquisa Operacional**, v. 21, n. 1, p. 61-87, 2001.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. **Journal of financial economics**, v. 33, n. 1, p. 3-56, 1993.

GREENE, W.H. (2011). **Econometric Analysis**, 7ed, Upper Saddle River, Prentice Hall.

LINTNER, John. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **The review of economics and statistics**, p. 13-37, 1965.

LOVISOLO, Hugo Jacob; LEAL, Ricardo Pereira Câmara. Black swans in the brazilian stock market. **Pesquisa Operacional**, v. 33, n. 2, p. 235-250, 2013.

ROGERS, Pablo; SECURATO, José Roberto. Estudo comparativo no mercado brasileiro do Capital Asset Pricing Model (CAPM), modelo 3-fatores de Fama e French e reward beta approach. **RAC-Electronica**, v. 3, n. 1, p. 159-180, 2009.

SHARPE, William F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. **The journal of finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.

SILVA, W. A. C.; PINTO, E. A.; MELO, A. O.; CAMARGOS, M. A. Análise comparativa entre o CAPM e o C-CAPM na precificação de índices acionários: evidências de mudanças nos coeficientes estimados de 2005 a 2008. In: **IX Encontro Brasileiro de Finanças**, 2009.

TORRES, Ricardo; BONOMO, Marco; FERNANDES, Cristiano. A aleatoriedade do passeio na Bovespa: testando a eficiência do mercado acionário brasileiro. **Revista Brasileira de economia**, v. 56, n. 2, p. 199-247, 2002.